

文章编号:1007-9629(2021)05-1082-07

# 基于三维 Copula 函数的蚀坑预测模型

喻宣瑞, 姚国文, 蒋一星, 李乔依

(重庆交通大学 土木工程学院, 重庆 400074)

**摘要:**通过盐雾腐蚀试验研究了钢绞线在不同应力幅作用下的腐蚀规律,并且观测了钢绞线的腐蚀形态.从概率角度出发,得到了钢绞线蚀坑长度、宽度和深度的独立分布形式,然后基于三维 Copula 函数得到三者之间的联合分布规律,提出了三维蚀坑预测模型,并通过显著性检验对该模型进行了验证.结果表明:Clayton Copula 函数对于模拟蚀坑三维联合分布具有较高的精度;蚀坑使得钢绞线的抗拉强度和延伸率急剧下降,是钢绞线疲劳寿命下降的主要原因;三维蚀坑预测模型的提出,可以为预测钢绞线的腐蚀疲劳寿命提供参考.

**关键词:**三维 Copula 函数;联合分布函数;蚀坑预测模型;盐雾试验

中图分类号:U445.7

文献标志码:A

doi:10.3969/j.issn.1007-9629.2021.05.025

## Pit Prediction Model based on Three-Dimensional Copula Function

YU Xuanrui, YAO Guowen, JIANG Yixing, LI Qiaoyi

(School of Civil Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

**Abstract:** The corrosion law of steel strand in chloride salt environment under different stress amplitudes was simulated by the salt spray corrosion test. The independent distribution form of long axis, minor axis and depth of erosion pit was obtained from the perspective of probability. Besides, the joint distribution model include the three parameters was set up based on the three-dimensional Copula function and the correctness of the model is verified by significance test. The results show that Clayton Copula function has high accuracy in simulating the distribution of pits. In addition, it is found that the tensile strength and elongation of steel strands decreased mainly caused by corrosion and then the fatigue life of steel strand will be reduced. The three-dimensional corrosion pit prediction model is conducive to further study of the corrosion fatigue life of steel strands.

**Key words:** three-dimensional Copula function; joint distribution function; corrosion pit prediction model; salt spray test

在氯盐环境下,由于氯离子对拉索中钢绞线的侵蚀,使得钢绞线发生腐蚀,是索承式桥梁破坏的重要原因.考虑荷载和环境对钢绞线的耦合作用,研究钢绞线的腐蚀机制,对于延缓钢绞线的腐蚀、提高索承式桥梁在恶劣环境下服役的耐久性,具有重要的理论意义和实际工程价值<sup>[1]</sup>.

从宏观层面上看,钢绞线是由高强钢丝经过淬火、铰链等工艺制作而成,是缆索结构的重要组成部分

.钢绞线的出现推动了大跨径桥梁的发展,同时也暴露出了相应的缺陷.其中一个最为致命的问题就是氯盐对钢绞线的腐蚀效应,即氯盐在潮湿环境下易与钢绞线发生电化学反应<sup>[1-2]</sup>.

Rebak等<sup>[3]</sup>、朱劲松等<sup>[4]</sup>、Faber等<sup>[5]</sup>将钢绞线的腐蚀情况主要分为2种:吸氢腐蚀和吸氧腐蚀.在酸性环境下,易发生吸氢腐蚀;在碱性或者中性环境下,更容易发生吸氧腐蚀.Sun等<sup>[6]</sup>、Frankel等<sup>[7]</sup>、Vermaas

收稿日期:2020-06-03; 修订日期:2020-08-07

基金项目:国家重点研发计划课题(2017YFC0806001)

第一作者:喻宣瑞(1991—),男,重庆人,重庆交通大学博士生.E-mail: 1531282698@qq.com

通讯作者:姚国文(1974—),男,山东潍坊人,重庆交通大学教授,博士生导师,博士.E-mail: 990020050526@cqjtu.edu.cn

等<sup>[8]</sup>发现,蚀坑是影响钢绞线腐蚀疲劳寿命的重要因素.在高应力作用下,蚀坑处会形成较为明显的应力集中,使钢绞线的疲劳寿命急剧下降,且下降幅度与蚀坑尺寸相关.如何精确预测蚀坑的分布规律,量化钢绞线的腐蚀寿命就显得尤为重要.为此,Tian等<sup>[9]</sup>、谢民滇等<sup>[10]</sup>从概率角度出发,假设蚀坑长度、宽度和深度之间互不影响,发现蚀坑深度服从Gumbel极值分布,并利用线性回归的方法得到了蚀坑深度与应力集中系数的关系.Valor等<sup>[11]</sup>通过机械学习法建立了马尔可夫链模型,考虑腐蚀时间和应力幅对蚀坑发展的影响,发现腐蚀时间和应力幅对蚀坑的腐蚀速率影响显著,但对蚀坑的分布规律影响较小,即可以认为不同时段下的蚀坑分布形式基本相同.

由上述研究可知,无论是物理模型试验还是具体工程案例,都表明蚀坑对钢绞线的腐蚀疲劳寿命影响显著.然而,绝大多数研究仅仅关注蚀坑深度这一单一方向,或分别考虑长度、宽度和深度对钢绞线力学性能的影响,忽视了三者之间的相互关联.蚀坑的发展是一个三维演变过程,即蚀坑深度变化的同时,其长度、宽度也会衍生,三者共同变化,应视为一个有机的整体.仅从某一方面研究其分布规律,不能客观反映蚀坑的发展规律.鉴于此,本文通过盐雾腐蚀试验来模拟钢绞线的腐蚀情况,得到蚀坑长度、宽度和深度三者的独立分布形式.并基于三维 Copula函数得到其联合概率分布函数,建立三维蚀坑预测模型,同时应用Kolmogorov-Smirnov检验(K-S检验)等方法来验证该模型的合理性,以期精确预测钢绞线的疲劳寿命奠定基础.

## 1 试验

通过YC-200型盐雾腐蚀试验箱来模拟钢绞线的腐蚀过程,考虑荷载和环境二者的耦合作用,盐雾喷射速率为 $250\text{ mL}/(\text{m}^2\cdot\text{h})$ .钢绞线由碳素钢混合其他金属材料制作而成,除Fe元素外,主要化学元素含量(质量分数,文中涉及的含量等除特别说明外均为质量分数或质量比)为:0.83%~0.86% C,0.62%~0.84% Mn,0.12%~0.20% Si.钢绞线由7根高强钢丝组成,直径为15.2 mm,抗拉强度为1 860 MPa,二级松弛率,单根钢绞线镀锌层质量不低于 $110\text{ g}/\text{m}^2$ .钢绞线两端借助千斤顶和反力墙施加交变荷载,应力幅( $\Delta\sigma$ )分别为100、200、300 MPa,荷载最大值为 $744\text{ MPa}^{[12]}$ ,即 $0.4f_{\text{pk}}$ ( $f_{\text{pk}}$ 为钢绞线极限强度标准值).拉伸试验采用WAW-1000型万能试验机,每2 h实现

钢绞线应力上下限转换,4 h为1个加载周期.

拉伸试验完成后采用KYKY-2008B型工业电子显微镜(SEM)观测钢绞线的腐蚀形态,得到3种应力幅下的蚀坑尺寸,以便定量分析蚀坑的分布规律.

综合考虑温度、湿度等因素的影响,参考文献[13]和ASTIM G85—94《Standard practice for modified salt spray (fog) testing》,盐雾溶液由NaCl、冰醋酸、 $\text{CuCl}_2\cdot 2\text{H}_2\text{O}$ 及蒸馏水组成,其中 $\text{CuCl}_2\cdot 2\text{H}_2\text{O}$ 浓度为 $(0.26\pm 0.02)\text{ g}/\text{L}$ ,最终浓度控制在 $(50\pm 5)\text{ g}/\text{L}$ ;加入冰醋酸是为了保证盐雾溶液的pH值在3.1~3.3之间;温度设定为 $25\text{ }^\circ\text{C}$ .盐雾腐蚀试验完成后,在 $80\text{ }^\circ\text{C}$ 下用铬酸溶液清洗钢绞线.为防止残留氯离子对钢绞线的腐蚀,可采用 $\text{AgNO}_3$ 溶液进行中和,再用自来水冲洗,冷风吹干静置.

## 2 结果与分析

腐蚀时间和应力幅是影响钢绞线力学性能的重要因素.为探究腐蚀时间对钢绞线力学性能的影响,以应力幅 $\Delta\sigma=200\text{ MPa}$ 为例,分别在盐雾腐蚀试验进行120、360、600、720 h时,测量钢绞线的抗拉强度( $f_t$ )和延伸率(A).将钢绞线进行切割,每段长约1 m.考虑到扩张力会对夹持在钢绞线上的引伸计造成损坏,本试验不采用夹持引伸计进行测量,而是用油缸位移代替引伸计伸长量.在预加载阶段,采用 $2\text{ mm}/\text{min}$ 的速率,达到目标荷载2 kN后,采用 $1\text{ kN}/\text{s}$ 的加载速率进行定向拉伸,直至破断.6根钢绞线部分时段的静态拉伸曲线如图1所示.由图1可见,随着钢绞线在盐雾环境中暴露时间的延长,其抗拉强度出现了明显下降.

钢绞线的腐蚀特征参数如表1所示.由表1可见:(1)当盐雾腐蚀试验进行到70 h时,钢丝由于镀锌层的保护,几乎未被腐蚀.钢绞线两端施加荷载约28 kN时,钢绞线的抗拉强度为1 850~1 890 MPa,延伸率(包括钢绞线的弹性变形)大于5.5%.(2)当盐雾腐蚀试验进行到120 h时,钢丝镀锌层腐蚀,出现大量白锈,同时有极少量红锈出现,腐蚀失重为 $10\sim 150\text{ g}/\text{m}^2$ ,钢绞线的基体开始出现腐蚀.当荷载加载至27 kN时,其抗拉强度为1 710~1 860 MPa,延伸率为5.0%~5.5%.(3)当盐雾腐蚀试验进行到360 h时,钢丝出现大量红锈,去除腐蚀产物后可见少量蚀坑,腐蚀失重为 $150\sim 300\text{ g}/\text{m}^2$ .钢绞线两端施加荷载为25 kN时,其抗拉强度和延伸率开始出现明显下降.(4)当盐雾腐蚀试验进行到600 h时,钢丝出现较多锈蚀或损坏,部分截面出现削弱,去除腐

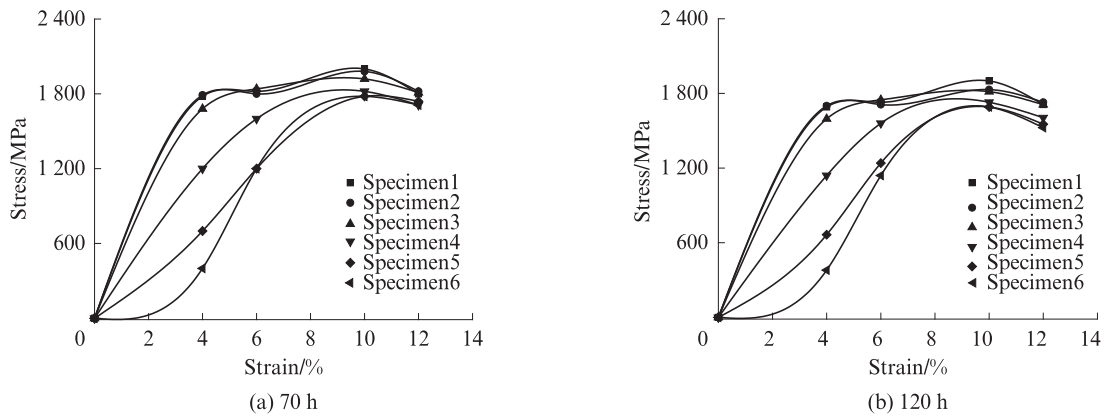


图1 钢绞线的应力-应变曲线  
Fig.1 Stress-strain curves of steel strands

蚀产物后可见密集蚀坑,腐蚀失重为 $300\sim 400\text{ g/m}^2$ . 钢绞线两端施加荷载为 $21\text{ kN}$ 时,其抗拉强度为 $1\ 350\sim 1\ 550\text{ MPa}$ ,延伸率为 $3.2\%\sim 4.2\%$ .(5)当盐雾腐蚀试验进行到 $720\text{ h}$ 时,钢丝出现大量严重锈蚀,钢绞线两端施加荷载为 $19\text{ kN}$ 时,肉眼可见锈

蚀空洞,小蚀坑之间相互贯穿形成较大蚀坑.去除腐蚀产物后可见大面积蚀坑,截面严重削弱,刮取少量腐蚀产物溶解于盐酸溶液中,再滴入 $\text{KSCN}$ 溶液,发现溶液呈现血红色( $\text{Fe}(\text{SCN})_3$ ),说明该腐蚀产物含有大量 $\text{Fe}^{3+}$ .

表1 钢绞线腐蚀特征参数

Table 1 Corrosion parameters of steel strand

Corrosion time/h	Microstructure	Mass loss/( $\text{g}\cdot\text{m}^{-2}$ )	$f_T/\text{MPa}$	$A/\%$
70		$\leq 10$	$1\ 850\sim 1\ 890$	$> 5.5$
120		$10\sim 150$	$1\ 710\sim 1\ 860$	$5.0\sim 5.5$
360		$150\sim 300$	$1\ 620\sim 1\ 830$	$4.2\sim 5.0$
600		$300\sim 400$	$1\ 350\sim 1\ 550$	$3.2\sim 4.2$
720		$\geq 400$	$\leq 1\ 350$	$\leq 3.2$

为直观反映应力幅对钢绞线腐蚀程度的影响,在盐雾腐蚀试验进行到 $720\text{ h}$ 时将试件取出,通过SEM来观察钢绞线的腐蚀形态,结果如图2所示.由图2可见:应力幅为 $100\text{ MPa}$ 时,钢绞线表面较为平整,蚀坑深度较小,密度较大,个别蚀坑直径约为 $40\ \mu\text{m}$ ,部分镀锌层仍在;应力幅为 $200\text{ MPa}$ 时,钢绞线表面出现大量蚀坑,且蚀坑深度明显比应力幅为 $100\text{ MPa}$ 时大,个别蚀坑直径约为 $55\ \mu\text{m}$ ,部分蚀坑已联合贯通,

形成裂纹;应力幅为 $300\text{ MPa}$ 时,钢绞线表面出现大面积腐蚀,镀锌层已经被完全破坏,大量小蚀坑已联合贯通形成较大蚀坑,个别蚀坑的直径约为 $75\ \mu\text{m}$ ,蚀坑位置处产生明显裂纹,部分裂纹已经开始衍生,钢绞线寿命将受到严重影响.

### 3 蚀坑的分布规律

通过 Valor 等<sup>[11]</sup>的研究发现,应力幅和腐蚀时间

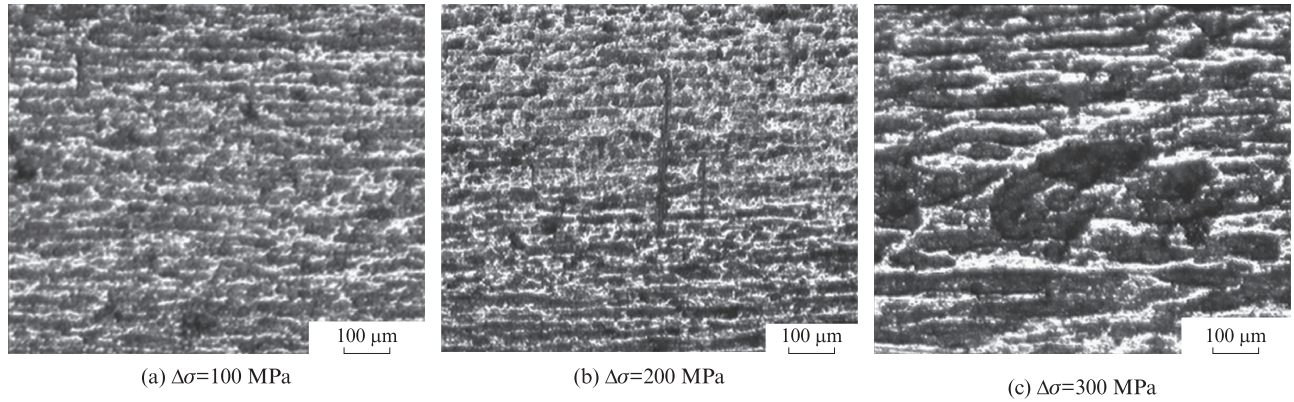


图2 钢绞线的腐蚀形态

Fig. 2 Corrosion patterns of steel strand

对蚀坑的分布形式不会产生显著的影响,即在不同应力幅和不同时段下,蚀坑分布规律具有统一性.为便于测量蚀坑的尺寸,待盐雾腐蚀试验结束后(即盐雾腐蚀试验进行720 h),对所有试件表面的蚀坑尺寸进行统计.蚀坑的宽度、长度可采用SEM进行标记,如图3所示.蚀坑深度可采用Bruker台阶仪进行测量,具体可参照文献[14].分别采用不同的分布形式对蚀坑的长度、宽度、深度进行分析,并利用K-S检验,得到各种分布的误差值( $D$ ),残差值( $R_{MSE}$ )和赤城信号值( $C_{AI}$ ),将各分布模型检验结果汇于表2.

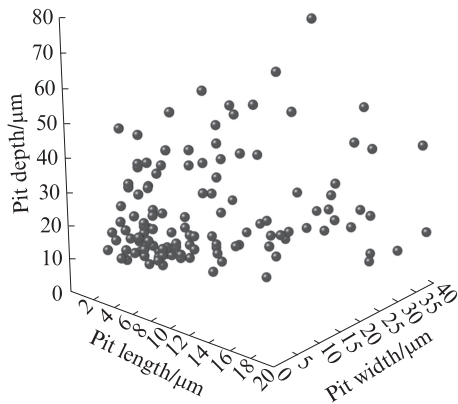


图3 蚀坑的散点分布

Fig. 3 Distribution of scattered points of erosion pit

由表2可见,蚀坑长度和深度的分布形式更符合Gumbel极值分布,宽度的分布形式更符合对数正态分布.图4为概率模型的参数分布.

Copula函数是限定变量的边际分布函数,通过Copula函数可以将任意 $K$ 个独立分布的边际函数联系起来,得到一个多变量联合概率分布模型,能够更为客观地反映蚀坑分布规律.

### 4 三维 Copula 函数理论

迄今为止,Copula函数种类繁多,其主要类型大致分为3种:椭圆型、阿基米德族和二次型.其中,阿基米德族 Copula 函数结构简单,计算简便,可以构造出形式多样、适应性强的多变量联合分布函数,在实际中应用较多.阿基米德族 Copula 函数族是通过算子 $\phi$ (又称生成函数,一个完全单调的函数)构造而成<sup>[15]</sup>, $n$ 维阿基米德族 Copula 函数定义如下:

$$C^n(u_1, \dots, u_n) = \phi^{[-1]}[\phi(u_1) + \phi(u_2) + \phi(u_3) + \dots + \phi(u_n)] \quad (1)$$

$$\phi^{[-1]}(t) = \begin{cases} \phi^{[-1]}(t), & (0 \leq t \leq \phi(0)) \\ 0, & (t < 0) \end{cases} \quad (2)$$

本文以三维随机变量为例,当 $n=3$ 时,其表达式为:

表2 检验参数表

Table 2 Inspection parameters

Distribution form	Pit length			Pit width			Pit depth		
	$D_{max}$	$R_{MSE}$	$C_{AI}$	$D_{max}$	$R_{MSE}$	$C_{AI}$	$D_{max}$	$R_{MSE}$	$C_{AI}$
Normal	0.112	0.078	-623.56	0.123	0.038	-800.5	0.172	0.089	-591.1
Lognormal	0.093	0.063	-676.10	0.052	0.012	-1084.0	0.251	0.123	-511.5
Weibull	0.254	0.134	-490.44	0.181	0.042	-775.8	0.346	0.197	-395.6
Gumble extreme value	0.089	0.025	-903.46	0.167	0.020	-958.4	0.042	0.018	-984.3
Exponential	0.365	0.153	-459.82	0.376	0.076	-631.9	0.421	0.384	-233.4
Gamma	0.357	0.215	-374.13	0.325	0.063	-676.1	0.342	0.236	-351.2

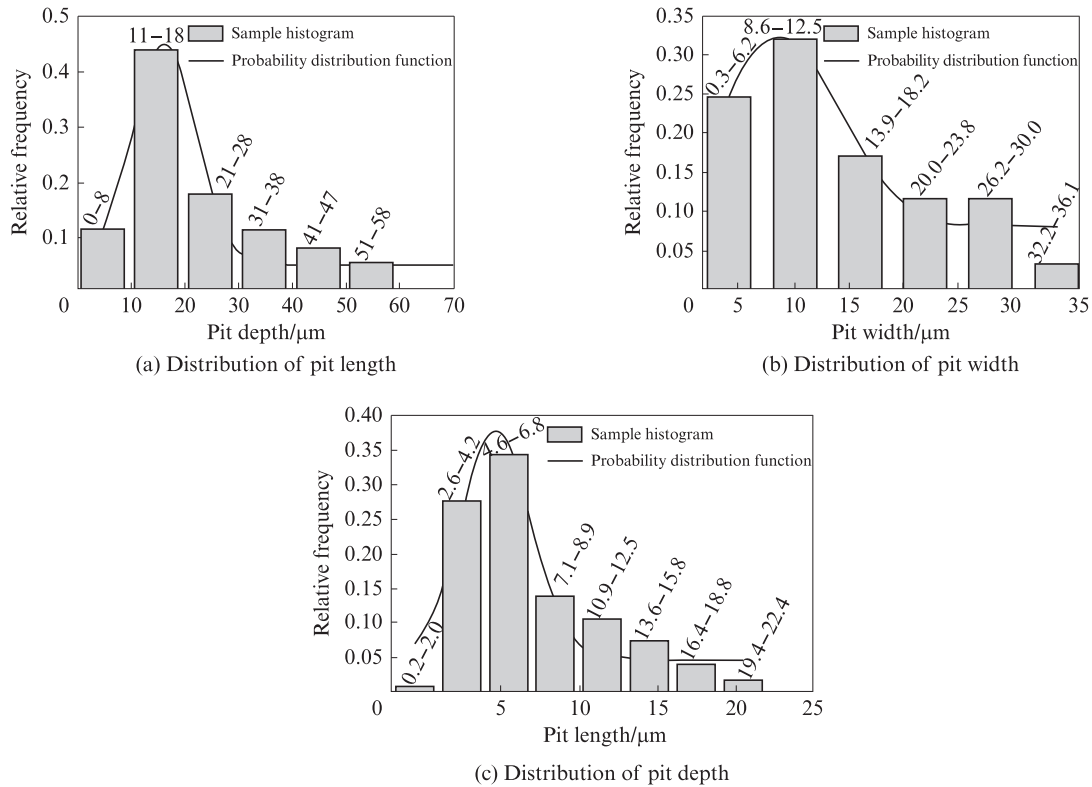


图4 概率模型的参数分布  
Fig. 4 Parameter distribution of probability model

$$C(u_1, u_2, u_3) = \phi^{-1}[\phi(u_1) + \phi(u_2) + \phi(u_3)] \quad (3)$$

式中： $C(u_1, u_2, u_3)$ 为多维 Copula 函数，表示随机变量  $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$  之间的关系  $u_i = F(X_i); i = (1, 2, 3, \dots, n)$ ，表示单个随机变量概率分布函数； $\phi$  是一个连续、严格的递减凸函数，满足  $\phi(0) = +\infty, \phi(1) = 0; \phi^{-1}(1)$  为  $\phi$  的逆函数，仍为一个单调递减，且连续的反函数，满足  $\phi^{-1}(\infty) = 0, \phi^{-1}(0) = 1$ 。Copula 函数的具体证明过程可参考文献[16]。

#### 4.1 Copula 函数

从式(1)、(3)中不难看出，通过求解算子式，进而可知 Copula 函数相应表达形式，不同算子式对应不同 Copula 函数。下面介绍几种常见的 Copula 函数：

(1)算子式  $\phi_\theta(t) = -\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-t} - 1}$  的 Copula 函数

称为 Frank Copula:

$$C(u_1, u_2, u_3) = -\frac{1}{\theta} \ln \left\{ 1 + \frac{[\exp(-\theta u_1) - 1][\exp(-\theta u_2) - 1][\exp(-\theta u_3) - 1]}{[\exp(-\theta u_1) - 1]^2} \right\}, \theta \in (0, +\infty) \quad (4)$$

(2)算子式  $\phi_\theta(t) = (-\ln t)^\theta$  的 Copula 函数称为 Gumbel-Hougaard Copula:

$$C(u_1, u_2, u_3) = \exp\left\{-\left[(-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta + (-\ln u_3)^\theta\right]\right\}, \theta \in [1, +\infty) \quad (5)$$

(3)算子式  $\phi_\theta(t) = t^{-\theta} - 1$  的 Copula 函数称为 Clayton Copula:

$$C(u_1, u_2, u_3) = [u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} + u_3^{-\theta} - 2]^{-\frac{1}{\theta}}, \theta \in (0, +\infty) \quad (6)$$

(4)算子式  $\phi_\theta(t) = \ln \frac{1 - \theta(1-t)}{t}$  的 Copula 函数称为 Ali-Mikhail-Haq Copula:

$$C(u_1, u_2, u_3) = \frac{u_1 u_2 u_3}{1 - \theta(1-u_1)(1-u_2)(1-u_3)}, \theta \in [-1, 1) \quad (7)$$

#### 4.2 参数估计

采用参数估计法中的 IFM 法(极大似然法)对  $\theta$

值进行求解<sup>[15]</sup>,该过程由以下2步完成:

(1)采用 IFM 法估计边际分布中的参数  $a_1, a_2, a_3$ .

$$\begin{cases} \hat{a}_1 = \arg \max \sum_{i=0}^n \ln f_1(x_{1i}; a_1) \\ \hat{a}_2 = \arg \max \sum_{i=0}^n \ln f_2(x_{2i}; a_2) \\ \hat{a}_3 = \arg \max \sum_{i=0}^n \ln f_3(x_{3i}; a_3) \end{cases} \quad (8)$$

(2)采用 IFM 方法估计 Copula 中的参数  $\theta$ .

$$\hat{\theta}_3 = \arg \max \sum_{i=0}^n \ln c [ F_1(x_{1i}, \hat{a}_1), F_2(x_{2i}, \hat{a}_2), F_2(x_{2i}, \hat{a}_2); \theta ) ] \quad (9)$$

### 4.3 Copula 函数运用流程

(1)确定各参数适合的分布形式,通过 K-S 检验、均方根误差等方式找到各参数的独立分布形式.

(2)判断各参数之间的相关性,通过 IFM 方法确定适宜的 Copula 函数,明确 Copula 函数具体

形式.

(3)通过拟合优度检验,从众多 Copula 函数模型中确定出最为合理的 Copula 函数.

## 5 检验分析

各种 Copula 函数模型的线性相关性检验结果如表 3 所示.其中  $R$  为 Pearson 古典相关系数,  $S$  为 Spearman 相关系数,  $\tau$  为 Kendall's 秩相关系数.由表 3 可见,长度与宽度的相关性较高,而长度与深度、宽度与深度的相关性较低.根据阿基米德族 Copula 函数的结构特征,Clayton、Franck 和 Gumbel 函数对线性相关检验结果更为适合.对这 3 种函数做优度检验,得到其  $R_{MSE}$ 、 $C_{AI}$ 、 $D$  和  $\theta$  值,如表 4 所示.由表 4 可见,Clayton Copula 函数的  $R_{MSE}$ 、 $D$  和  $C_{AI}$  值最小,对样本的拟合效果最佳.

表 3 线性相关系数

Table 3 Linear correlation coefficient

Size of pit	$R$	$S$	$\tau$
Length and width	0.937	0.915	0.790
Length and depth	0.150	0.143	0.105
Width and depth	0.167	0.115	0.083

表 4 优度检验参数

Table 4 Goodness test parameters

Copula type	$\theta$	$R_{MSE}$	$C_{AI}$	$D_{max}$
Clayton	0.435 7	0.016	-504.83	0.121 3
Franck	2.333 7	0.036	-406.18	0.134 8
Gumbel	1.306 0	0.025	-448.81	0.135 4

将 Clayton Copula 函数计算结果与经验公式(式(10))计算结果作对比,结果如图 5 所示,图中的散点值为 Clayton Copula 函数计算结果.由图 5 可见,各散点值都均匀分布在  $y=x$  这条斜线的两侧,在一定程度上说明了 Clayton Copula 函数计算结果的精确性.

$$P(x_i, y_i, z_i) = P(X \leq x_i, Y \leq y_i, Z \leq z_i) = \frac{\text{NO.of}(X \leq x_i, Y \leq y_i, Z \leq z_i) - 0.44}{N + 0.12} \quad (10)$$

式中:  $X$  为蚀坑长度, mm;  $Y$  为蚀坑宽度, mm;  $Z$  为蚀坑深度, mm.

为直观反映蚀坑的三维预测结果,用  $x_i, y_i, z_i$  这 3 个变量来描述蚀坑的长度、宽度、深度,得到当  $[P(x_i, y_i, z_i) = P(X \leq x_i) = 75\% P(x_i, y_i, z_i) = P(Y \leq y_i) = 75\%]$  时的各联合概率分布,如图 6 所示.从图 6 中可以较为直观地看出蚀坑长度、宽度和深度的分布规律,能够较为精确地预测不同蚀坑尺寸发生的概率,为预测钢绞线的腐蚀疲劳寿命提供参考.

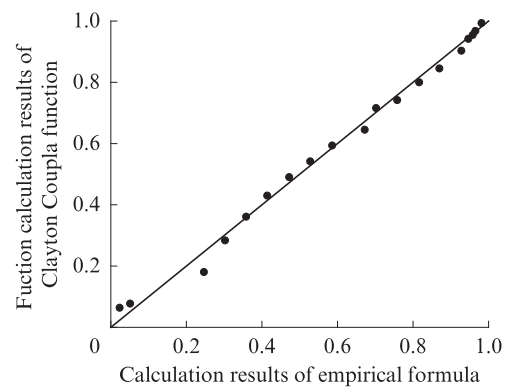


图 5 Clayton Copula 函数计算值与经验公式计算值对比

Fig. 5 Comparison between the calculated value of Clayton Copula function and the calculated value of empirical formula

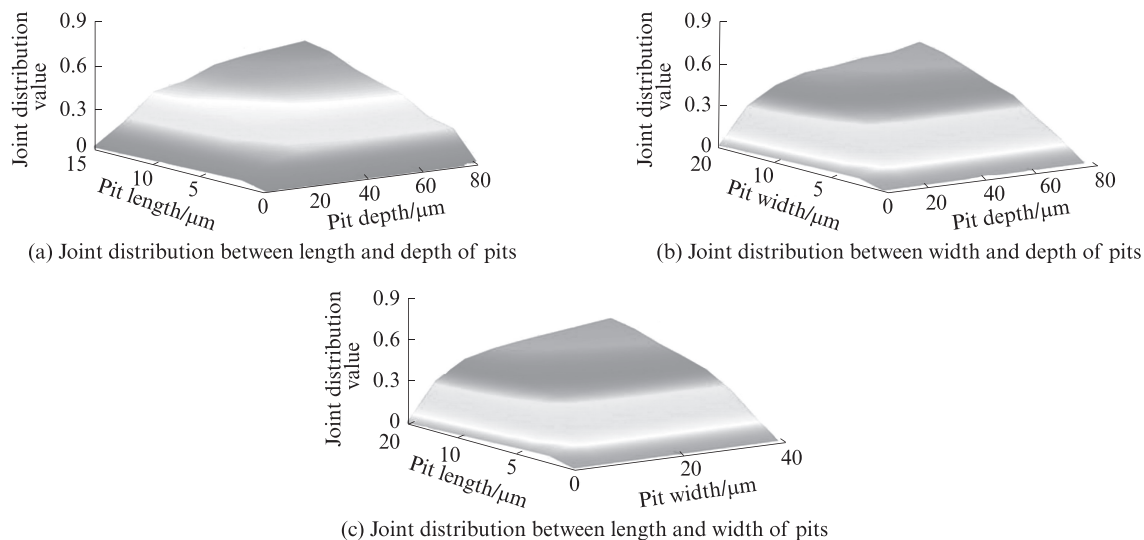


图6 条件联合概率分布值

Fig. 6 Conditional joint probability distribution

## 6 结论

(1) 蚀坑长度和深度的分布形式符合 Gumbel 极值分布,宽度的分布形式符合对数正态分布。

(2) Clayton Copula 函数对实测数据的拟合效果最佳,其精度较经验公式更高。

(3) 蚀坑三维预测模型的建立,可以更为客观地反映蚀坑长度、宽度和深度的变化规律,大致预测不同蚀坑尺寸发生的概率,为进一步探究钢绞线的腐蚀疲劳寿命提供参考。

### 参考文献:

- [ 1 ] 黄跃平, 胥明, 姜益军. 拉索局部腐蚀检测与评估分析[J]. 腐蚀科学与防护技术, 2006, 18(2): 57-60.  
HUANG Yueping, XU Ming, JIANG Yijun, et al. Detection and evaluation of local corrosion of cable[J]. Corrosion science and Protection Technology, 2006, 18(2): 57-60. (in Chinese)
- [ 2 ] EISELSTEIN L E, CALIGIURI R D. Atmospheric corrosion of the suspension cables on the Williamsburg bridge[C]// In Degradation of Metals in the Atmosphere. Philadelphia: [s. n.], 1998: 78-95.
- [ 3 ] REBAK P B, PEREZ T E. Effect of carbon dioxide and hydrogen sulfide on the localized corrosion of carbon steels and corrosion resistant alloys [C]//Corrosion. New Orleans: NACE, 2017: 8933.
- [ 4 ] 朱劲松, 肖汝诚. 大跨度斜拉桥拉索安全性分析方法研究[J]. 土木工程学报, 2006, 39(9): 74-79.  
ZHU Jinsong, XIAO Rucheng. Study on the safety analysis method of long-span cable-stayed bridge [J]. Journal of Civil Engineering, 2006, 39 (9): 74-79. (in Chinese)
- [ 5 ] FABER M H, ENGELUND S, RACKWITZ R. Aspects of parallel wire cable reliability[J]. Structural Safety, 2003, 25 (2): 201-225.
- [ 6 ] SUN S, ZHENG Q, LI D, et al. Long-term atmospheric corrosion behaviour of aluminum alloys 2024 and 7075 in urban, coastal and industrial environments [J]. Corrosion Science, 2009, 51(4): 719-27.
- [ 7 ] FRANKEL G S, SRIDHAR N. Understanding localized corrosion[J]. Material Today, 2008, 11(10): 38-44.
- [ 8 ] VERMAAS G, BETTI R, BARTON S C, et al. Corrosion and embrittlement of high-strength bridge wires[C]//Durability 2000 Proceedings of the Durability Workshop. Berkeley: Elsevier Ltd., 2001: 85-96.
- [ 9 ] TIAN W, LO S, WANG B, et al. Pitting corrosion of naturally aged AA 7075 aluminum alloys with bimodal grain size [J]. Corrosion Science, 2016, 113: 1-16.
- [ 10 ] 谢民滇, 谢发祥, 胡星宇, 等. 腐蚀环境下斜拉索承载力评价模型研究[J]. 交通科学与工程, 2017, 33(3): 20-27.  
XIE Mindian, XIE Faxiang, HU Xingyu, et al. Study on the evaluation model of cable bearing capacity under corrosive environment[J]. Transportation Science and Engineering, 2017, 33(3): 20-27. (in Chinese)
- [ 11 ] VALOR A, CALEYO F, ALFONSO L, et al. Stochastic modeling of pitting corrosion: A new model for initiation and growth of multiple corrosion pits [J]. Corrosion Science, 49 (2): 570-579.
- [ 12 ] 杨世聪, 姚国文, 张劲泉, 等. 加速盐雾环境中钢绞线的腐蚀疲劳特征[J]. 材料导报, 2018, 32(12): 1988-1993.  
YANG Shicong, YAO Guowen, ZHANG Jinquan, et al. Corrosion fatigue characteristics of steel strand in accelerated salt fog environment [J]. Material Reports, 2018, 32 (12) : 1988-1993. (in Chinese)
- [ 13 ] 杨世聪, 张劲泉, 姚国文. 基于图像灰度分析的腐蚀钢绞线微观损伤行为[J]. 固体力学学报, 2018, 17(3): 303-308.  
YANG Shicong, ZHANG Jinquan, YAO Guowen. Micro damage behavior of corroded steel strand based on image gray analysis [J]. Journal of Solid Mechanics, 2018, 17 (3) : 303-308. (in Chinese)
- [ 14 ] 郑祥隆. 锈蚀钢丝疲劳性能及桥梁缆索疲劳可靠性评估方法研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2018.  
ZHENG Xianglong. Study on fatigue performance of corroded steel wire and fatigue reliability evaluation Z method of bridge cable[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2018. (in Chinese)
- [ 15 ] BEERSMA J J, BUISSHAND T A. Joint probability of precipitation and discharge deficits in the Netherlands[J]. Water Resources Research, 2004, 40(12): 87-98.